

# Kopf und Zahl

JOURNAL

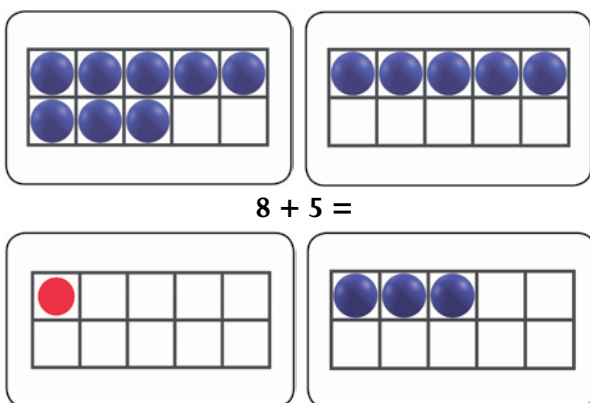
des Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.  
in Zusammenarbeit mit den Mathematischen Instituten  
zur Behandlung der Rechenschwäche

35. AUSGABE, Herbst 2021

[www.dyskalkulie.de](http://www.dyskalkulie.de)



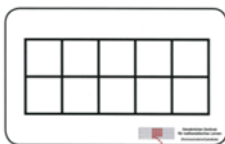
## Stellenwerte verstehen und schrittweise über den Zehner rechnen



Autoren: Angelika Albert, Hans-Joachim Lukow  
© 2021, Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen  
(Rechenschwäche/Dyskalkulie)  
Entwickelt im Arbeitskreis des Zentrums für angewandte  
Lernforschung gemeinnützige GmbH

### Vorbemerkung:

Im Übergang zum verständigen Rechnen bis 100 halten wir ein unterstützendes Material für die Entwicklung eines inneren Vorstellungsbildes beim Bündeln und zehnerüberschreitenden Rechnen für erforderlich. Das eingesetzte Material sollte tauglich sein, die Bündelungs- und Tauschprozesse darzustellen und die Inhalte an dem verwendeten Material zu besprechen. Für die Darstellung der Bündelung halten wir die Ideen von Professor Kutzer, der Waggons mit jeweils zehn Klötzchen bestückt und damit operiert, das Dienes-Material<sup>1</sup> sowie das von uns ausgewählte Zehnerfeld<sup>2</sup> für geeignet. Entscheidend beim Materialeinsatz ist nicht, dieses oder jenes



<sup>1</sup> Zoltan Paul Dienes wurde 1916 in Ungarn geboren und war Lehrer für Mathematik. Er ist Erfinder der Dienes-Systemklötzchen.

<sup>2</sup> Für die visuelle Unterstützung in der Darstellung wird ein umgebrochenes Zehnerfeld in der Aufteilung fünf Felder oben und fünf Felder unten verwendet.

Material zu verwenden, vielmehr ist es unabdingbar, Einsichten in die durchzuführenden Tauschprozesse zu vermitteln und im weiteren Vorgehen das Plus- und Minusrechnen bis 100 einzuführen.

### Was ist das Neue für Kinder am zehnerüberschreitenden Rechnen?

In der ersten Klasse wurde bei der Zahlzerlegung von beispielsweise 7 das gegenläufige Verändern von Anzahlen erarbeitet, indem die beiden Teilmengen  $4 + 3$  in die Zerlegung  $5 + 2$  umgewandelt wurden. Dabei war festzuhalten, dass die 1. Teilmenge um eins vermehrt, die 2. Teilmenge um eins vermindert wird und die Gesamtmenge konstant bleibt. An diesen Gedanken wird beim Rechnen über den Zehner ange-

### Inhalt

Vorbemerkung: . . . . .	1
Was ist das Neue für Kinder am zehnerüberschreitenden Rechnen? . . . . .	1
Das dekadische Stellenwertsystem – ein nicht nur historischer Abriss . . . . .	2
Das Bündeln, Entbündeln, Tausch und Rücktausch von Mengen - Einführung in die Stellenwertschreibweise . . . . .	2
Veranschaulichung – Von der Menge zum Symbol . . . . .	4
Erweiterung des Stellenwertsystems um die Hunderterstelle . . . . .	6
Sparschweinschlachten . . . . .	6
Entbündelungs-Aufgaben erarbeiten . . . . .	6
Übungen zum Entbündeln und Bündeln . . . . .	7
Hinführung zum Rechnen über den Zehner – Komplexitätsstufen . . . . .	7
Schrittweise über den Zehner rechnen . . . . .	8
Praxis-Tipps . . . . .	11
Impressum . . . . .	11



knüpft. Bei der Aufgabe  $8 + 7$  ist in zwei Schritten zu rechnen. 1. Schritt:  $8 + \underline{2} = 10$ . Dabei ist die Zerlegung von  $7 = \underline{2} + 5$  nachzuvollziehen und das Kind muss sich merken, dass 5 noch zu 10 zu addieren sind. Bei  $10 + 5 = 15$  wird der Zehner überschritten. Es treten also zwei neue Gedanken auf. Neu ist erstens: Das Kind wird darauf verpflichtet, den 1. Summanden immer bis 10 zu ergänzen, während sich die Verminderung des 2. Summanden wie bisher aus der Vermehrung des 1. Summanden ergibt. Komplettiert wird zweitens diese Operation mit dem Tausch von zehn Einern in einen Zehner und der Besprechung dieser neuen Qualität; ein Ding ist genauso viel wert, wie zehn andere.

Dabei ist das Augenmerk darauf zu legen, die doppelte Bedeutung von „10“ herauszuarbeiten, die einerseits als Mengen wie 10 Klötzchen, 10 Äpfel oder 10 Chips bekannt sind, jetzt aber die gleiche Ziffernfolge 10 eine zweite Bedeutung erhält. Durch das Platzieren in der Stellenwerttafel sind „10“ als 1 Zehner und 0 Einer aufzufassen. Hier bekommen die Ziffern von 0 bis 9 einen neuen Gebrauch durch die Positionierung im Stellenwertsystem. Der Wert einer Stelle ergibt sich aus dem Produkt der Ziffer und dem Stellenwert. Eine Rechenoperation wie 30 plus 40 findet im Zahlenbereich bis 100 statt, die eigentliche Rechnung lässt sich allerdings auf das Operieren bis 10 reduzieren. 3 Zehner plus 4 Zehner ergeben 7 Zehner, also 70.

### Das dekadische Stellenwertsystem – ein nicht nur historischer Abriss

Das dekadische System kommt ursprünglich aus Indien und wurde später von den Arabern übernommen. Zuerst verwendeten die Inder Zeichnungen, um Mengen darzustellen, bei denen deren Anzahl durch die enthaltenen Ecken kenntlich gemacht wurde.

Für den Handel mit Waren und deren Fakturierung in Geld waren die Ziffern mit unterschiedlich viele Ecken zu kompliziert. Die Araber vereinfachten die Ziffern und damit die Anwendung der verschiedenen Rechenmethoden. Später wurde das Stellenwertsystem auch im europäischen Raum eingesetzt. Mit diesem System war es möglich, alle Zahlen durch die Kombination von Ziffer und Stellenwert darzustellen. Da die Araber von rechts nach links schreiben, blieb auch das dekadische System, rechts mit den Einern beginnend und links daneben mit den Zehnern fortsetzend, bis heute bestehen. Diese Reminiszenz an die Entwicklung des dekadischen Zahlensystems machte es nötig, Zehner und Einer beim

Schreibvorgang umzustellen, um zuerst die Zehner zu notieren, obwohl die Einer als erstes genannt werden. Dies führt häufig zu anfänglichen Problemen beim Notieren der Stellenwerte. Die Probleme mit der Schreibweise der Zehner und Einer geben sich in aller Regel, wenn das Dezimalsystem mit den unterschiedlichen Wertigkeiten der Stellen verstanden worden ist.

Wie ist es überhaupt möglich, mit zehn Ziffern (von 0 bis 9) und dem Stellenwert jede natürliche Zahl zu konstruieren? Die Zehnerpotenzen geben die jeweiligen Werte der Stellen an, während die Ziffer das Vielfache der Stelle bestimmt. Die Null, für eine beliebige leere Menge, die bereits im Zahlenraum bis 10 besprochen worden ist, erhält im Stellenwertsystem, als Platzhalter für eine nicht besetzte Stelle, ihre zweite Bedeutung. Die folgende Grafik zeigt das Stellenwertsystem in Form einer Tabelle und enthält erste Hinweise für die Einführung im Unterricht. Im oberen Teil der Tabelle sind jeweils die Einer, Zehner und Hunderter angeordnet.

Die Bezeichnung, um welchen Stellenwert es sich handelt, wird durch das sich wiederholende Trippel Hunderter, Zehner und Einer und durch die Beschriftung der Stellenwert-Dächer kenntlich gemacht, die der Sprechweise nachempfunden wurde und sich für den Sprachgebrauch von Kindern eignet. Im „Haus ohne Namen“ wird die Zahl ohne den Namen des Hauses ausgesprochen; 123 also einhundert-dreiundzwanzig. Anders verhält es sich im „Tausender-Haus“, hier ist das Wort Tausend in der Zahl zu hören, wie bei 1.123, also eintausend-einhundert-dreiundzwanzig. Weitere Häuser, wie das „Millionen-Haus“, „Milliarden-Haus“ usw. schließen sich an. Durch die Zusammenfassung von Einern, Zehnern und Hunderten in einem Haus wird die Dreiergliederung, also die immer wiederkehrende Abfolge von Hunderten, Zehnern und Einern, gekennzeichnet. Die Zeile, in der die Zehnerpotenzen dargestellt werden, veranschaulicht das Prinzip dieses Systems für den Unterrichtenden. In der sich anschließenden Zeile sind die Werte der jeweiligen Stelle notiert.

Mit der beispielhaft gewählten Zahl, mit der wiederkehrenden Ziffernfolge 2, 3, 4, wird die „Gliederung in Häusern“ des Stellenwertsystems deutlich. Es kann somit heißen: 234 Millionen, 234 Tausend oder schlicht 234.<sup>3</sup>

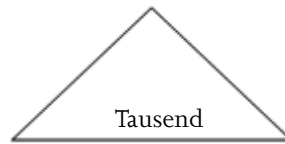
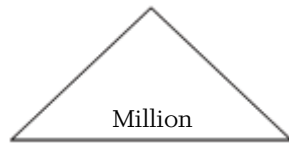
### Das Bündeln, Entbündeln, Tausch und Rücktausch von Mengen – Einführung in die Stellenwertschreibweise

Für ein verständiges Durchdringen unseres Dezimalsystems, als Grundlage für das Rechnen über den Zehner, sind das Bündeln (immer 10) und der Tausch von zehn in eine neue Einheit zu erlernen.

<sup>3</sup> <https://de.wikipedia.org/wiki/Dezimalsystem>, das Dezimalsystem setzte sich in Europa relativ spät durch, sodass im Allgemeinen die Einführung auf das 16. Jahrhundert datiert wird. Damit wurden die römischen Zahlen verdrängt.

Quelle: www.rechenhilfsmittel.de

— = ≡ 𐀀 𐀁 𐀂 𐀃 𐀄 𐀅 𐀆 𐀇 𐀈 𐀉	Indisch 3. Jh. v. Chr.
𑀀 𑀁 𑀂 𑀃 𑀄 𑀅 𑀆 𑀇 𑀈 𑀉 𑀊	Indisch 8. Jh.
٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩	Westarabisch 11. Jh.
۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹	Europäisch 15. Jh.
۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹	Europäisch 16. Jh.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	Neuzeit 20. Jh.



3er-Gliederung	HM H	ZM Z	M E	HT H	ZT Z	T E	H	Z	E
10ner-Potenzen	$10^8$	$10^7$	$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
Werte der Stellen				100.000	10.000	1000	100	10	1
Ziffer/Zahl	2	3	4	2	3	4	2	3	4

Um die Systematik einer Zahl wie beispielsweise 23 zu verstehen, ist es unabdingbar, dass sich die Zahl aus zwei Ziffern mit dem Wert 2 und 3 konstruiert und diese Werte wiederum mit dem jeweiligen Stellenwert multipliziert werden. In der Regel gelingt es Kindern erst mit dem Verständnis von der Stelle und dem Stellenwert, die Hürde unterschiedlicher Schreib- und Sprechrichtung von Zahlen zu überwinden und erst die Zehner und dann die Einer zu notieren.

In der ersten Phase des Erlernens des Bündelns können zur Veranschaulichung verschiedene Materialien aus dem Alltag herangezogen werden. Es kommen hierfür sowohl strukturierte als auch unstrukturierte Materialien in Frage. Um beispielsweise die Dreier-Bündelung mit Material zu erarbeiten, können immer drei Chips in eine Dose gelegt, oder auch drei Chips im Zehnerfeld angeordnet werden. Bei der Sechser-Bündelung sind immer Sechser-Eierkartons zu befüllen, die anschließend bei der Zehner-Bündelung von Zehner-Eierkartons abgelöst werden. Die Besprechung lautet, wenn beispielsweise 20 Chips in Dreier-Häufchen gebündelt werden sollen, wie viele Dreier-Bündel erhalten wir? Es sind sechs Dreier-Bündel, zwei Chips bleiben übrig.

In der zweiten Phase des Bündelns, der Arbeit mit ausschließlich strukturiertem Material, kann beispielsweise mit Würfelchen aus dem Dienes-Material gebündelt werden. Hierbei sind immer zehn Würfel zu einer Zehnerstange zusammenzufassen. Für das Bündeln mit Material eignet sich auch das Zehnerfeld<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> **Das Zehnerfeld:** Das Zehnerfeld liefert in Anlehnung an die Fingerbilder (immer 10, gegliedert in zwei Fünfer-Reihen, zwei Hände mit je 5 Fingern) als strukturiertes Material visuelle Lernchancen in der Darstellung. Es bietet die Möglichkeit mit einem Material zu arbeiten, mit dem bereits im Zahlenraum bis 10 die Zahlzerlegung gelernt worden ist und kann jetzt im Zahlenraum bis 100 fortgesetzt werden. Dabei erweist sich die simultane Zahlerfassung, mit der die Anzahlen auf einen Blick festgehalten werden können, als vorteilhaft (kann mit den Augen visualisiert werden, ohne Chips schieben zu müssen). Mit dem Zehnerfeld können nun Materialhandlungen stattfinden, die an das operative Verständnis für die arithmetischen Rechenoperationen anknüpfen. Beim Rechnen über den Zehner dient es dem Kind als Strukturhilfe und erleichtert die anfänglich lange Merkleistung bei Aufgaben beim schrittweisen Rechnen über den Zehner. Klappert die Überführung von der Anschauung zum abstrakten Operieren mit den Zahlen, wird das eingesetzte Material nach und nach in die abstrakte Rechenoperation überführt. Das Material wird dann sukzessive durch die erweiterte Kopfrechenleistung abgelöst.

Hiermit lassen sich jeweils zehn Chips strukturiert anordnen, um sie dann gegen einen Chip der höheren Einheit zu tauschen.

Das Bündeln von immer zehn weist der Zahl 10 eine besondere Rolle zu. Der Tausch von zehn Einern in einen Zehner ist in der Ziffernfolge eins null (10) kodiert. „1 und 0“ können als 10 Äpfel, 10 Chips usw. gelesen werden. Diese Ziffernfolge kann aber auch als ein Zehner und null Einer verstanden werden. Die Ziffer 1 kann sowohl für 10 als auch für 100 stehen, je nachdem an welcher Stelle im Stellenwertsystem sie eingetragen wird. In dieser besonderen Abstraktion liegt gleichzeitig die Leistung des Dezimalsystems.

Folgende Grundübung zum Bündeln und dem anschließenden Tausch wäre denkbar<sup>5</sup>:

Zwei Freunde sind bei einem Autorennen. Speedy, der Fahrer, fährt ein Rennen und Otto soll sich merken, wie viele Runden Speedy gefahren ist. Leider hat Otto nie gelernt, wie man zählt. Jetzt sind beide am Rätseln, wie Otto dem Rennfahrer Speedy helfen kann. Speedy kann sich unmöglich merken, wie viele Runden er gefahren ist und muss darauf achten, dass er beim Autofahren nichts falsch macht. Als Hilfsmittel haben die beiden Freunde drei rote und zehn blaue Chips zur Verfügung. Kannst du ihnen helfen?<sup>6</sup>

Die Idee ist, Kinder selbst das Zehnersystem entdecken zu lassen. Von der Lehrkraft angeleitet, wird zunächst für jede Runde ein blauer Chip verwendet. Die Tabelle auf dem Arbeitsblatt dient dazu, die blauen Chips strukturiert abzulegen. In welcher Reihung die Chips angeordnet werden, ob zehn Chips untereinander oder zwei Fünfer-Reihen entstehen, spielt für die Bündelung keine Rolle. Wesentlich ist, dass zehn Chips verwendet werden.

Weiter fortsetzen lässt sich der Vorgang, indem zehn blaue Chips gegen einen roten Chip getauscht werden, um die blauen Chips zum Weiterzählen der Runden wieder neu zu benutzen. Mit dem Tausch von zehn Einern in einen roten Chip, der damit eine neue

<sup>5</sup> Dieses Arbeitsblatt könnte gemeinsam mit der Klasse, einer Gruppe oder in der Therapie erarbeitet werden. Die Idee für diesen didaktischen Rahmen geht auf unseren Kollegen aus dem MZL Dortmund/Bochum, Wolfgang Hoffmann, zurück.

<sup>6</sup> Hinweis für die Lehrkraft: Entscheidend ist nicht die Farbwahl der Chips. Es müssen nur zwei unterschiedliche Farben sein.

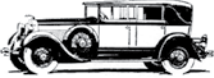
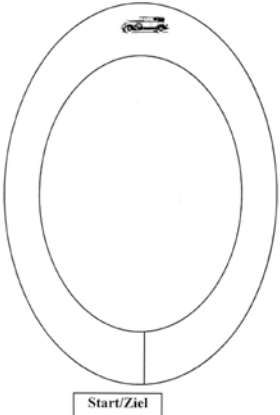
© Oberbayerisches Zentrum für mathematisches Lernen (Rechenstrische/Dyskalkulie)	<b>Stellenwertsystem</b>	Blatt-Nr.: _____
<b>10.0 Einführung des Dezimalsystems</b>		
<p>Folgende Geschichte ist frei erfunden, könnte sich aber so zugetragen haben: Zwei Freunde sind auf der Autorennbahn. Speedy, der eine, fährt Rennen und Otto soll sich merken, wie viele Runden Speedy gefahren ist. Leider hat Otto nie gelernt, wie man zählt. Jetzt sind beide am Rätseln, wie Otto Speedy helfen kann. Speedy kann sich unmöglich merken, wie viele Runden er fährt, muss er doch darauf achten, dass er beim Autofahren nichts falsch macht.</p> <p>Sie haben allerdings 3 rote und 10 blaue Chips. Kannst du ihnen helfen?</p> <p style="font-size: 8px;">(Material: Chips in 2 Farben/Hinweis: Speedy fährt zum Beispiel 23 Runden)</p>		
 	<div style="border: 1px solid black; height: 200px; width: 100%;"></div>	
Kopieren gestattet (OZnL). Die Idee dieses Arbeitsblattes geht auf Wolfgang Hoffmann, MLZ Dortmund, Mitglied im AK-Lernforschung, zurück.		

Abb.: Grundübung zum Bündeln

Qualität von einem Zehner bekommen hat, ist die Einführung des Dezimalsystems auf den Weg gebracht. Jetzt steht ein roter Chip als Abstraktionsschritt für einen neuen Repräsentanten. Ein Ding ist damit genauso viel wert wie zehn Einer.

Zurück zum Autorennen: Der eingetauschte rote Chip kann nun in der aufgezeichneten Tabelle des Arbeitsblattes platziert werden. Sind nun zehn weitere Runden gefahren und wieder zehn blaue Chips verwendet, muss wieder getauscht und abgelegt werden. Nun noch die letzten drei Runden und das Resultat steht fest: Es sind zwei rote und drei blaue Chips. Die Einstiegsfrage an die Kinder lautet: „Wie viele Runden ist Speedy gefahren?“ In der konstruierten Geschichte hieß es, dass Otto nicht zählen könne, nur die Eins-zu-Eins-Zuordnung (ein Chip für eine Runde) beherrsche und daher den Tauschvorgang nur mechanisch abwickelt. Für jeweils zehn Runden hatte Otto einen roten Chip abgelegt, also stehen zwei rote Chips für 20 Runden. Hinzu kommen noch die Chips für die drei einzelnen Runden, sodass „Speedy“ nun weiß, dass er 23 Runden gefahren ist.

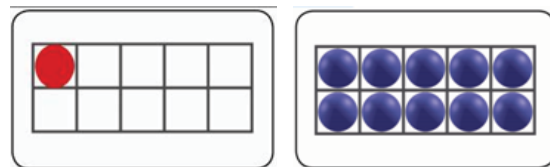
Die eingetauschten roten Chips werden von jetzt an als Zehner bezeichnet, weil sie aus zehn Einern entstanden sind und auch wieder in zehn Einer zurückgetauscht werden können. Sind die Bündelungen und

Tauschprozesse vollzogen, ist auf dem Arbeitsblatt die angedeutete Stellenwerttafel mit Zehner und Einer zu beschriften. Die Sortierung der roten Chips erfolgt links und die der blauen Chips rechts.

Fazit: Bei der Aufgabe „Autorennen“ geht es darum, den Tauschprozess von zehn blauen Chips gegen einen roten Chip „entdecken“ zu lassen. In einer Zahl transportieren die Ziffern und ihre Position zwei Botschaften: 1. Wie viele Bündel sind es, wenn immer zehn Elemente gebündelt werden? 2. Tausch eines Bündels gegen eine neue Einheit, die Zehner. Zwei Zehner sind so viel wert wie zwei Bündel zu je zehn Einern. Drei Einer bleiben übrig.

### Veranschaulichung – Von der Menge zum Symbol

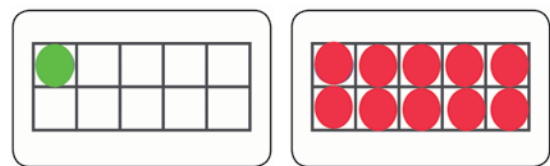
Der nun zu erarbeitende Tauschvorgang wird unter Verwendung von Chips im Zehnerfeld dargestellt. Die Struktur des Zehnerfeldes gibt vor, dass immer zehn Chips in einem Feld gebündelt werden. Jedes gefüllte Feld kann nun gegen einen Zehner getauscht und später wieder gegen zehn Einer zurückgetauscht werden.



In den **folgenden fünf Lernschritten** werden die Einzelschritte – vom Konkreten zum Abstrakten – veranschaulicht.

**Im ersten Lernschritt** erfolgt das Bündeln von immer zehn Chips. Näheres wurde bereits ausgeführt.

**Im zweiten Lernschritt** wird der Tausch von immer zehn in die nächst-größere Einheit verdeutlicht. Nach dem Tausch von zehn Einern in einen Zehner werden die Bündel mit der größeren Wertigkeit links angeord-



net. Wir haben unterschiedliche Farben für die Darstellung von **Einern**, **Zehnern**, **Hundertern** festgelegt<sup>7</sup>. In den Tauschprozessen geht es darum, das Werteverhältnis, das im Tausch enthalten ist, auf die abstrakte Form des Dezimalsystems zu übertragen. Um das Prinzip der Bündelung mit dem darauffolgenden Tausch im Zehnersystem zu verstehen, ist der Tauschvorgang perspektivisch bis zur Hunderterstelle auszuführen, was bedeutet, dass zehn Einer in einen Zehner und zehn Zehner in einen Hunderter getauscht wer-

<sup>7</sup> Hinweis: Es können natürlich auch andere Chips-Farben als die hier vorgeschlagenen verwendet werden. Sehen Sie dazu in Ihr verwendetes Mathematikbuch. Wird mit Montessori-Farben gearbeitet?



den. Erst durch den wiederholten Tausch kann das System verdeutlicht werden.

**Im dritten Lernschritt** werden die gebündelten und getauschten Mengen in eine Stellenwerttabelle gelegt und die Spalten der Tabelle mit Farben und Bezeichnungen – Einer, Zehner – versehen.

Die Farben der Chips und die Farben der Tabelle sollen gleich sein und dem Wert gemäß der Tabelle zugeordnet werden.

<b>Z</b>	<b>E</b>
●●	●●●

Beispiel für 23

**Im vierten Lernschritt** wird die Mengendarstellung durch das abstrakte Symbol, die Ziffer, ersetzt. Jetzt werden aus den Ziffern Zahlen. In der konkreten Darstellung transportieren die gebündelten Mengen nun in der Ziffernfolge den Zahlenwert.

<b>Z</b>	<b>E</b>
2	3

**Im fünften Lernschritt** erfolgt der Übergang zum Verbalisieren und dem Schreiben von Zahlen. Die Abstraktion ist jetzt vollzogen. Der Zahlenwert der Ziffer,

der von der Position innerhalb der tabellarischen Anordnung abhängt, ist festzuhalten. Übungen sind jetzt weiter fortzuführen, indem Zahlen gelesen und geschrieben werden und gemäß dem Aufbau des Stellenwertsystems in die Zahlenhäuser (Haus ohne Namen, Tausender-Haus ...) eingeordnet werden. Der Übergang geht dahin, dass nun auch dreistellige Zahlen gelesen und unter Beachtung der unterschiedlichen Sprech- und Schreibweise an der Zehnerstelle festgehalten werden. Weitere Übungen, in denen ein Wechsel zwischen den Zahlwörtern und Zahlen und die Übersetzung einer Zahl in ein Zahlwort vollzogen werden, gehören ergänzend zu den durchzuführenden Schritten. Das Stellenwertsystem kann gemäß der Darstellung durchaus bis 1000 oder eine Million erweitert werden, um das System deutlich zu machen.

	<b>Zehner</b>	<b>Einer</b>
<b>Zahl</b>	2	3
<b>Zahlwort</b>	dreiundzwanzig	

Am Ende der Übungen sollen die Kinder die Systematik der Zahl 23 verstanden haben und erklären können, ohne dass Farben eingesetzt werden oder immer noch das Stellenwertsystem aufzuschreiben ist. Für die folgenden Übungen werden mehrere Zehnerfelder, eine größere Anzahl blaue, rote und grüne Chips benötigt.

**1. Lernschritt - Bündeln:** Eine Menge von 43 blauen Chips soll gebündelt werden.

**Lerndialog:** Die Kinder sollen immer zehn blaue Chips in ein Zehnerfeld legen, bis die gesamte Menge gebündelt ist. Der Rest kommt in ein weiteres Feld. Im nächsten Schritt werden alle vollen Zehnerfelder jeweils gegen Zehner getauscht.

**2. Lernschritt – Umwandlung und Tausch:** Vier volle Zehnerfelder werden gegen vier rote Chips, stellvertretend für die Zehner, getauscht.

**Lerndialog:** Mit den Kindern soll die Wertgleichheit von zehn Einern und einem Zehner erarbeitet werden. Der neue Lernschritt ist, dass nun die kleinere Einheit zu einer neuen größeren Einheit aufgebaut wird, was einen Tausch notwendig macht.

**3. Lernschritt – Getauschte Mengen in die Stellenwerttabelle einordnen:** Es erfolgt die Einordnung der roten und blauen Chips mit ihren unterschiedlichen Wertigkeiten in die Stellenwerttabelle.

<b>Zehner</b>	<b>Einer</b>
●● ●●	●●●

**Lerndialog:** Die Kinder sollen zu dieser Darstellung erklären können, wie die größere Einheit, der Zehner entstanden ist und die Umtauschregel verbalisieren.

**4. Lernschritt – Von der Mengendarstellung zur Zifferndarstellung:** Jetzt erfolgt die Einordnung der Zehner und Einer in die Stellenwerttabelle.

		<b>Z</b>	<b>E</b>	
		4	3	

**Lerndialog:** Die Kinder sollen zu diesem Zeitpunkt erklären, warum die zuvor verwendeten farbigen Chips in der Stellenwerttabelle die gleiche Aussage haben, wie die Eintragung der Ziffern in die Tabelle. Damit ist der Weg zur Zifferschreibweise eröffnet. Im nächsten Lernschritt erfolgt die Schreibweise von 43 ohne Stellenwerttabelle.

**5. Lernschritt – Verbalisieren und Schreiben von Zahlen und Zahlworten:** Auf der Grundlage der Unterscheidung von Ziffern und Zahlen im Stellenwertsystem kann die Kodierung in der Schreibweise und der Sprechrichtung der Zahlen erfolgen. Es werden zuerst die Einer und dann die Zehner (**dreiundvierzig**) genannt, zu notieren sind aber **4 3**, weil die größere Einheit immer zuerst links geschrieben wird.

	4 3 dreiundvierzig	
--	-----------------------	--

**Lerndialog:** Es werden zweistellige Zahlen diktiert. Die Kinder sollen mal nur die Einer, im anderen Fall nur die Zehner farblich kennzeichnen. In einer weiteren Übung werden zweistellige Zahlen genannt. Diese sollen zweifarbig notiert werden. Das Wort „und“ steht dafür, dass die Stellen zu addieren sind. Deshalb wird das Wort „und“ mit dem Bleistift notiert. Ziel dieser Übung ist es, dass bei der Zifferschreibweise zuerst die Zehner und dann die Einer – entgegen des Sprachgebrauchs – geschrieben werden.

## Erweiterung des Stellenwertsystem um die Hunderterstelle

Nach der Erörterung des wertmäßigen Verhältnisses von Zehnern und Einern ist dies mit den Zehnern und Hunderten fortzusetzen, nämlich dass zehn Zehner genauso viel wert sind wie ein Hunderter. Die Erweiterung des Dezimalsystems ist mit Material anschaulich darzustellen. Fortan werden zehn rote Chips (Zehner) gegen einen grünen Chip (Hunderter) getauscht. Das sich wiederholende Prinzip des Stellenwertsystems kann den Kindern erst deutlich werden, wenn wenigstens zwei Tauschprozesse vollzogen werden. Hierfür ist es nicht notwendig, mit Zahlen größer als hundert rechnen zu lassen. Als Vorstufe für das Rechnen über hundert ist „das Sparschweinschlachten“ eine gute Übung.

### Sparschweinschlachten

H	Z	E

Beim Sparschweinschlachten gilt es zu ermitteln, welche Zahl (welcher Wert) im Sparschein verborgen ist. Der Inhalt eines Sparschweins, mit blauen, roten und grünen Chips, wird dem Kind zum Bündeln und zum anschließenden Tauschen gegeben.

**Aufgabe:** Im Sparschwein befinden sich **23 Einer (blaue Chips)**, **17 Zehner (rote Chips)** und **zwei Hunderter (grüne Chips)**.

Wie bei der schriftlichen Addition ist es beim Bündeln und anschließenden Tausch für einen systematischen Algorithmus sinnvoll, zuerst mit der Bündelung der Einer zu beginnen. Dabei sind



immer zehn Chips zu bündeln und in einen Zehner zu tauschen.

H	Z	E
3	9	3

Auch hier gilt es, die fünf Lernschritte beim Sparschweinschlachten anzuwenden. Zuerst werden die Einer gebündelt, dann Einer gegen Zehner und Zehner gegen Hunderter getauscht. Anschließend sind die ermittelten Werte für die Einer, Zehner und Hunderter in die farbige Stellenwerttafel einzutragen und der Wert des Inhaltes des Sparschweins ist festzuhalten. Drei Hunderter, neun Zehner und drei Einer ergeben 393.

### Entbündelungs-Aufgaben erarbeiten

Die Kinder erhalten den Auftrag, zuerst mit Chips die Zahl 60 zu legen, indem sie sechs rote Chips vor sich hinlegen. Die Aufgabenstellung geht weiter mit der Frage: Kann man von 60 sechs wegnehmen? Sicher wird es Kinder geben, die gleich auf die Lösung kommen, dass ein Zehner (ein roter Chip) gegen zehn Einer (zehn blaue Chips) getauscht werden muss, um sechs Einer wegzunehmen. Es ist zweckmäßig, dass dieser Lösungsweg sowohl mit Chips als auch mit der Stellenwerttafel und als Rechengleichung dargestellt wird.

Z	E		E
6	0	–	6

$$60 - 6 =$$

Während mit Materialhandlung noch ein roter Chip gegen zehn blaue Chips bei einer Bank gewechselt werden muss, hat der Tauschprozess bei der notierten Rechenaufgabe im Kopf zu geschehen. Gerade für

Übungen zum Entbündeln und Bündeln bietet sich die Arbeit zu zweit als Partneraufgabe an. Ein Kind überlegt sich eine Aufgabe und übernimmt die Bank, bei der Einer in Zehner und Zehner in Einer getauscht werden können, während das andere Kind die Aufgabe mit dem Material und in der symbolischen Form bearbeitet. Wichtig ist, die Kinder dazu anzuhalten, ihren Rechenweg zu verbalisieren. So soll nicht einfach ein Zehner der Bank nach dem Motto übergeben werden, der oder die Bankangestellte wisse schon, was man wolle. Vielmehr soll das Kind sinngemäß sagen: „Ich möchte für diesen einen Zehner zehn Einer erhalten“ und das andere Kind zählt beispielsweise die zehn Einer laut vor.

### Übungen zum Entbündeln und Bündeln

Zur Vertiefung des Stellenwertsystems sind Übungen zum Bündeln mit dem Entbündeln zu kombinieren:

Du hast zwei Zehner. Gib mir davon drei Einer.<sup>8</sup> Schreibe die passende Aufgabe auf.

Du hast drei Hunderter. Gib mir davon zwei Zehner. Schreibe die passende Aufgabe auf.

Du hast drei Hunderter. Gib mir davon vier Einer. Schreibe die passende Aufgabe auf.

Du hast zwei Hunderter. Gib mir davon vier Zehner und drei Einer. Schreibe die passende Aufgabe auf.

Du hast 17 Einer, sieben Zehner und vier Hunderter. Wie heißt die Zahl?

Du hast 17 Einer, 17 Zehner und drei Hunderter. Wie heißt die Zahl?

### Hinführung zum Rechnen über den Zehner – Komplexitätsstufen

In der Schuldidaktik wird häufig propagiert, dass Kinder unter dem Titel: „Rechne auf deinem Weg“ verschiedene Verfahren ausprobieren sollen, um ihren favorisierten Weg zu finden. In dieser Handreichung wird die Ansicht vertreten, dass verschiedene Wege den Kindern vorstellig gemacht werden sollen, um weniger taugliche Lösungsverfahren oder gar untaugliche gemeinsam auszusortieren.

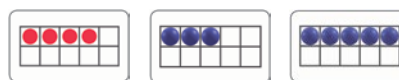
Bei dem Verfahren „Stellenwerte extra“ kommen die Kinder sicher zur Lösung, solange bei der Rechenoperation mit zwei zweistelligen Zahlen gearbeitet und der Zehner nicht überschritten wird. Bei Additionsaufgaben zweistellig/zweistellig mit Zehnerüberschreitung taugt dieses Verfahren, wenngleich es eine zusätzliche, eigentlich unnötige Kopfrechenoperation erfordert, indem vom ersten Summanden die Einer zunächst subtrahiert werden, um sie dann später wieder zu addieren. So wird aus Aufgaben wie  $48 + 25$  der Term  $40 + 20$ , um im Anschluss beide Einerzahlen wiederum zu verbuchen. Wenn es in Folge darum

geht, zwei zweistellige Zahlen mit Zehnerübergang zu subtrahieren, kann die Subtraktion nicht als inverse Operation ausgeführt werden. Die Kinder sind verleitet, vom größeren Einer den kleineren abzuziehen. Bei der Aufgabe wie beispielsweise  $57 - 28$  wird dies deutlich.  $50 - 20$  ergibt 30, und  $7 - 8$  geht nicht, daher werden häufig die Einer invertiert und  $8 - 7$  gerechnet. Dies führt dann zu dem typischen Fehler mit dem Ergebnis 31. Das schrittweise Rechnen über den Zehner vermeidet dieses Problem.

Im Folgenden werden Aufgaben aus dem Zahlenbereich bis 100 im Sinne ihrer Komplexität geordnet. Jeder Typus von Aufgabe, den sich das Kind angeeignet hat, erhöht seine Kompetenz. Als erstes geht es darum, an den als einfach empfundenen Aufgaben, die neue Qualität der Zehner/Einer zu verdeutlichen. Dies geschieht beispielhaft bei den ersten beiden Stufen, dem Rechnen an der Einer- bzw. an der Zehnerstelle. Es folgen Aufgaben zweistellig/zweistellig ohne Zehnerübergang. Mit Termen wie  $8 + 5$  wird das schrittweise Rechnen über den Zehner eingeführt. Additions- und Subtraktionsaufgaben werden in der Regel im Wechsel gelöst.

#### Plusaufgaben – Rechnen an der Einerstelle

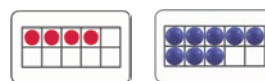
$$43 + 5 =$$



Die Rechenoperation findet ausschließlich an der Einerstelle statt. Dies wird mit Material gezeigt, um zu verdeutlichen, dass der Rechenvorgang  $3 + 5$  lediglich an der Einerstelle vollzogen wird und der Zehner unverändert bleibt.

#### Minusaufgaben – Rechnen an der Einerstelle

$$48 - 5 =$$



Die Rechenoperation bei diesem Aufgabentyp findet ausschließlich an der Einerstelle statt. Dies wird mit Material gezeigt, um zu verdeutlichen, dass der Rechenvorgang  $8 - 5$  lediglich an der Einerstelle vollzogen wird und der Zehner unverändert bleibt.

#### Plusaufgaben – Rechnen an der Zehnerstelle

$$48 + 50 =$$

Die Rechenoperation findet ausschließlich an der Zehnerstelle statt. Hier geht es um die Vermittlung der neuen Qualität des Zehners, dass vier Zehner und fünf Zehner neun Zehner und den Wert der Summe 90 ergeben. Diese Plusaufgabe wird mit Material gezeigt, um zu verdeutlichen, dass der Rechenvorgang  $48 + 50$  an der Zehnerstelle stattfindet und die Einer unverändert bleiben.

<sup>8</sup> Hinweis: Ein Zehner wird gegen zehn Einer getauscht. Kinder sollten dazu anzuhalten werden, ihr Vorgehen zu verbalisieren.

<b>Minusaufgaben – Rechnen an der Zehnerstelle</b>
<b>98 – 50 =</b>
Die Rechenoperation findet ausschließlich an der Zehnerstelle statt. Neun Zehner minus fünf Zehner sind vier Zehner und der Wert der Differenz ist 48. Diese Subtraktionsaufgabe wird mit Material gezeigt, um zu verdeutlichen, dass der Rechenvorgang 98 – 50 lediglich an der Zehnerstelle stattfindet und die Einer unverändert bleiben.

<b>Zweistellige Plusaufgaben – ohne Zehnerübergang</b>
<b>48 + 21 =</b>
$48 + 21 = 48 + 20 + 1 = 68 + 1 = 69$
Die Rechenoperationen finden sowohl an der Einer- als auch an der Zehnerstelle statt. Die Addition ist im Einer- und Zehnerbereich auszuführen, die aber jeweils im Bereich bis zehn liegt. Damit gehört dieser Typus von Aufgaben zu den „einfachen Aufgaben“, da hier kein Zehnerübergang stattfindet. Die Anforderungen beschränken sich auf das Rechnen des kleinen Einspluseins. In diesem Beispiel wurde die komplette Rechengleichung angegeben. In der Regel werden die Kinder unmittelbar nach dem ersten Term das fertige Ergebnis notieren.

<b>Zweistellige Minusaufgaben – ohne Zehnerübergang</b>
<b>69 – 21 =</b>
$69 - 21 = 69 - 20 - 1 = 49 - 1 = 48$
Die Rechenoperationen finden sowohl an der Einer- als auch an der Zehnerstelle statt. Das Kind soll erkennen, dass es jeweils eine Subtraktion im Einer- und Zehnerbereich auszuführen hat, die aber jeweils im Bereich bis zehn liegt. Damit gehört dieser Typus von Aufgaben zu den „einfachen Aufgaben“, da hier kein Zehnerübergang stattfindet. Die Anforderungen beschränken sich auf Rechenoperationen des kleinen Einsminuseins. In diesem Beispiel wurde die komplette Rechengleichung angegeben.

<b>Ergänzung bis zum nächsten vollen Zehner</b>
<b>74 + ___ = 80</b>
Dieser Aufgabentypus soll ohne Material auf der abstrakten Ebene gestellt werden. Hinführende Fragen könnten sein: Wie viele Einer fehlen bis 80, oder wie viele Einer musst du von vier bis zum vollen Zehner ergänzen? Kann diese Aufgabe nicht gelöst werden, sind Ergänzungsaufgaben im Zahlenbereich bis zehn zu üben.

<b>Einer subtrahieren vom vollen Zehner</b>
<b>80 – 6 =</b>
Dieser Aufgabentypus soll ohne Material auf der abstrakten Ebene gestellt werden. Die hinführende Frage könnte sein: Wenn du von 10 sechs wegnimmst, wie viele bleiben dann übrig? Kann diese Aufgabe nicht gelöst werden, sind Minus-Aufgaben vom glatten Zehner noch einmal zu üben.

## Schrittweise über den Zehner rechnen

Mit der Erarbeitung des Zahlenbereichs bis zehn und des eingeführten dekadischen Zahlbegriffs sind die Grundlagen gelegt, um nun über den Zehner zu rechnen. Jetzt werden beim schrittweisen Rechnen über den Zehner<sup>9</sup> das Bündeln, Entbündeln und das Tauschen beim Stellenübergang angewandt. Das bedeutet, dass zunächst bis zum Zehner gerechnet und dann in einem zweiten Schritt der Zehner übersprungen wird. Bei den Rechenoperationen, die durchgeführt werden sollen, handelt es sich um ein gegenseitiges Verändern der beiden Summanden. Der 1. Summand wird bis zehn ergänzt und gibt damit an, um welchen Wert der 2. Summanden vermindert wird. Dies lässt sich mit Hilfe des Zehnerfeldes<sup>10</sup> gut darstellen.

Was spricht für die Anwendung des schrittweisen Rechnens über den Zehner?

- Es ist ein Verfahren, das für jede Additions- und Subtraktionsaufgabe bis 100 angewandt werden kann.
- Es kann darüber hinaus auf höhere Zahlenbereiche, wie bei Aufgabentypen  $260 + 170$ , übertragen werden.
- Neben dem ermittelten Zwischenergebnis befindet sich jeweils nur eine Zahl im Arbeitsspeicher.
- Die Subtraktion ist exakt die inverse Operation zur Addition. Daher prägt sich dieses Verfahren gut ein.

Die Aufgabe  $8 + 5$  wird unter Zuhilfenahme von Zehnerfeldern und Chips, wie nachfolgend erläutert, schrittweise durchgeführt. Die Materialhandlung erfolgt mit verschiedenfarbigen Chips.


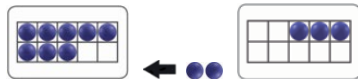
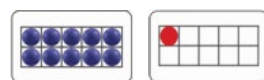

In den folgenden vier Schritten wird beispielhaft ausgeführt, was in der schematischen Darstellung bereits skizziert ist. Das Verständnis über diesen Aufgabentypus zu erlangen, ist Voraussetzung dafür, Aufgaben zweistellig/zweistellig mit Zehnerübergang wie  $48 + 25$  im Kopf zu lösen.

<sup>9</sup> „Schrittweise Rechnen über den Zehner“ ist die hier gewählte Beschreibung des Teilschritt- bzw. des Zehnerstoppverfahrens. Die Begriffe sind Synonyme.

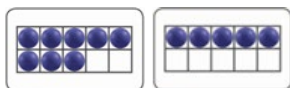
<sup>10</sup> Mit diesem Zehnerfeld lassen sich Strukturen wie fünf Kugeln in einer Reihe (Kraft der Fünf), Doppelstrukturen als 2, 4, 6, 8 und 10 darstellen und sind so simultan bzw. quasi-simultan zu erfassen. Sie finden dieses Zehnerfeld als PDF-Datei unter: [www.arbeitskreis-lernforschung.de](http://www.arbeitskreis-lernforschung.de) (Downloads)



## Plus-Aufgaben mit einstelligen Summanden mit Zehnerübergang

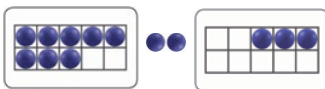
$8 + 5 =$			
Aufgabe	Ergänzung zum Zehner – Zerlegung in 2 Teilmengen	Tausch	Wert der Summe
			
$8 + 5 =$	$8 + 2 + 3 =$	$10 \text{ E} = 1 \text{ Z}$ $10 + 3 =$	$13$ $1 \text{ Z} + 3 \text{ E} = 13$

**$8 + 5 =$**  In ein Zehnerfeld werden acht blaue Chips, als Stellvertreter für acht Einer, gelegt. In ein zweites Zehnerfeld sind die zu addierenden fünf blauen Chips eingefügt. Es gilt jetzt den Wert der Summe zu ermitteln.



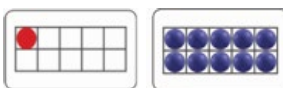
Im ersten Zehnerfeld ist die Ergänzung zur zehn, der Passer, sichtbar und verbal festzuhalten. Die im Zahlenraum bis zehn geübten „verliebten Zahlen“ finden hier ihre Anwendung. Im zweiten Zehnerfeld, besetzt mit fünf Einern, ist die Zerlegung von fünf festzuhalten. Die zwei fehlenden Chips aus dem ersten Zehnerfeld bilden die erste Zerlegungszahl, die 2. Die Teilmenge 5 wird in 2 und 3 zerlegt.

**$8 + 2 + 3 =$**  Diese Teilschritte werden nun in Form dieser Gleichung angewandt: Die Ergänzung bis zehn und die Zerlegung von 5 in 2 und 3. Der Passer 2 kann händisch oder visuell (vor dem geistigen Auge) in das linke Feld bewegt werden. Damit ist das linke Zehnerfeld gefüllt. Die drei übrig gebliebenen Chips befinden sich im 2. Zehnerfeld.



Wenn ein Kind das Hilfsmittel Zehnerfeld nur noch vor dem geistigen Auge nutzt, ist der Übergang zum rein abstrakten Rechnen gelegt.

**10 Einer = 1 Zehner** Beim nächsten Schritt, dem Rechnen über den Zehner, ist das Zehnerfeld mit den gefüllten zehn blauen Chips gegen einen roten Chip, als Stellvertreter für einen Zehner, zu tauschen. Dieser wird in ein weiteres Zehnerfeld gelegt. Der Bündelungsprozess wird in den Tauschprozess überführt. Aus zehn Einern wird ein Zehner.

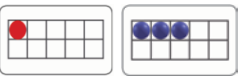
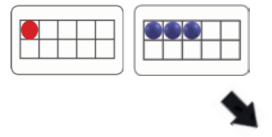
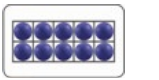
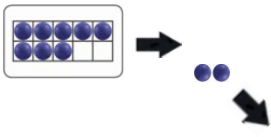
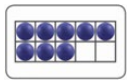


**$10 + 3 =$**  Die restlichen drei blauen Chips, aus der Zerlegung von 5 in 2 und 3, werden nun zu dem einen Zehner hinzugefügt. Damit ist die Aufgabe auf der Materialebene mit einem Zehner und drei Einern gelöst. In der Rechengleichung ist der Term  $10 + 3$  noch umzuformen, indem unter Beibehaltung des einen Zehners nun an der Einerstelle die Operation  $0 + 3$  auszuführen ist. Das Ergebnis ist 13. Diese Interpretation der Gleichung ist für die Kinder neu und bedarf der Besprechung. Die vollständige Rechengleichung lautet:  **$8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3 = 13$**

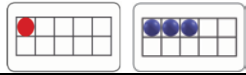


Die Schritte, die bei der Addition angewendet worden sind, werden jetzt bei der Subtraktion als Umkehrung ausgeführt. Plus- und Minusaufgaben sollten in der Regel nacheinander erarbeitet werden, um die Umkehrung zu verdeutlichen.

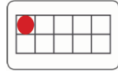
## Minus-Aufgaben mit zweistelligem Minuenden und einstelligem Subtrahenden mit Zehnerübergang

$13 - 5 =$				
Aufgabe	Erste Teilmenge bis zum „vollen“ Zehner subtrahieren; Merken der zweiten Teilmenge	Tausch	Zweite Teilmenge subtrahieren	Wert der Differenz
				
$13 - 5 =$	$13 - 3 - 2 =$	$13 - 3 - 2 =$	$10 - 2 =$	$8$

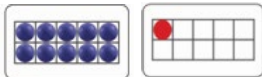
**13 – 5 =** In ein Zehnerfeld wird ein roter Chip und in ein weiteres Zehnerfeld werden drei blaue Chips gelegt. Diese gelten als Stellvertreter für einen Zehner und drei Einer. Den Kindern muss bewusst werden, dass die Anzahl fünf ein Teil von 13 ist.



**13 – 3 – 2 =** Die Teilmenge 5 wird in 3 und 2 zerlegt. Von 13 werden zuerst 3 weggenommen. Ein Zehner bleibt übrig. Die Zwei wird gemerkt, um sie im letzten Schritt zu subtrahieren.



**1 Zehner = 10 Einer**  
Nun wird der eine rote Zehner gegen zehn blaue Chips getauscht und in das frei gewordene Zehnerfeld gelegt. Zehn Einer = ein Zehner. Damit wird die Subtraktion der Einer möglich.



**10 – 2 =** Von den eingetauschten zehn Einern sind nun zwei Einer wegzunehmen, sodass acht Einer übrig bleiben. Die Materialhandlung wird mit der Rechengleichung protokolliert. Rechengleichung:  $13 - 3 - 2 = 10 - 2 = 8$



**Plus-Aufgaben – zweistellig/einstellig mit Zehnerübergang**

$8 + 5 = / 48 + 5 =$

$48 + 5 = 48 + 2 + 3 = 50 + 3 = 53$

Beim dekadischen Transfer wird der Einer des ersten Summanden mit einer Zehnerzahl erweitert. Am Materialtausch und an der Rechengleichung ist zu verdeutlichen, dass sich das Operieren mit den Summanden nicht von der Ausgangsaufgabe  $8 + 5$  unterscheidet, lediglich der Wert an der Zehnerstelle verändert sich.

**Minus-Aufgaben – zweistellig/einstellig mit Zehnerübergang**

$13 - 5 = / 53 - 5 =$

$53 - 5 = 53 - 3 - 2 = 50 - 2 = 50 - 2 = 48$

Der dekadische Transfer bezüglich der Subtraktion geschieht analog zur Addition. Hier ist im Ausgangspunkt herauszuarbeiten, dass es keine prinzipiell neue Aufgabe ist, sondern nur die Zehnerstelle erweitert wurde. In diesem Beispiel bedeutet es, dass statt des einen Zehners nun 5 Zehner im Minuenden sind. Der Tausch von einem Zehner in zehn Einer und die Operation bleibt identisch.

**Plus-Aufgaben – zweistellig/zweistellig mit Zehnerübergang**

$48 + 25 =$

$48 + 25 =$	$48 + 20 + 5 =$	$68 + 2 + 3 =$	$70 + 3 =$	73

Dieser Typ von Aufgaben ist für die Kinder am anspruchsvollsten. Die Operationen müssen als Kopfrechenleistung ausgeführt werden. Zudem setzt es voraus, dass der Inhalt der Operation verstanden sein muss, um diese Schritte im Kopf abzuarbeiten. Es gilt, während des gesamten Lösungsprozesses, die Aufgabe in ihren Abwandlungen im Blick zu behalten. Es beginnt damit, sich die Aufgabe zu merken. Zum 1. Summanden werden die beiden Zehner des 2. Summanden, sprich 20, addiert. Das Zwischenergebnis von 68 und die noch zu addierenden fünf sind im Kopf festzuhalten. Jetzt ist die Ergänzung bis zum nächsten vollen Zehner erforderlich, das sind zwei, um dann mit der Zerlegung der Einer des 2. Summanden fortzufahren. Hier ist die Zerlegung von 5 in 2 und 3 festzuhalten. Mit dem Zwischenergebnis 68 und der Zerlegung von 5 in 2 und 3 erfolgt jetzt die eigentliche Rechenoperation im Kopf. Die zwei Einer werden addiert. Jetzt sind es sechs Zehner und zehn Einer, zusammen ergibt das 70. Zum vollen Zehner 70 werden nun noch die restlichen drei Einer addiert, um damit den Wert der Summe „73“ zu ermitteln. Wenn Kinder verstanden haben, dass z. B. 20 aus zwei Zehnern besteht und sie diese Einsicht in ihren Kopfrechenvorgängen verinnerlichen, dann sind diese Aufgaben, wie oben ausgeführt, operativ im Bereich bis zehn lösen.

Wenn Kinder diese Schritte nicht bewältigen, liegt es häufig daran, dass die einzelnen Rechenoperationen nicht erfolgreich abgesichert wurden und Lücken in den Rechenschritten vorhanden sind. Deshalb ist das Augenmerk darauf zu richten, dass bei der Einführung dieses Verfahrens der Rechenweg verbal von Kindern laut und vollständig vorgetragen wird, sodass die Lehrkraft überprüfen kann, ob die Operationen sicher durchgeführt werden.

Minus-Aufgaben – zweistellig/zweistellig mit Zehnerübergang				
$73 - 25 =$				
$73 - 25 =$	$73 - 20 - 5 =$	$53 - 3 - 2 =$	$50 - 2 =$	48
		20	$20 + 3 + 2$	25
Die Besonderheit bei der Subtraktion von zwei zweistelligen Zahlen liegt darin, dass die Gesamtmenge in zwei Teilmengen zerlegt wird, ohne dass die Zerlegung der 2. Teilmenge sichtbar, diese aber in der Aufgabenstellung zu protokollieren ist. Grund dafür ist, dass im Minuenden, sprich der Gesamtmenge, der Subtrahend bereits enthalten ist. Die Kinder sollen verstehen, dass die beiden Teilmengen 48 und 25 wieder die Gesamtmenge 73 ergeben.				

### Praxis-Tipps

- Gerne wird beim zehnerüberschreitenden Rechnen mit Aufgaben begonnen, bei denen der erste Summand größer ist als der zweite. Bitte aber auch Aufgaben einstreuen, bei denen das umgekehrt ist.
- Es ist sinnvoll, die Päckchen mit Aufgaben mit und ohne Zehnerübergang zu mischen. Also auch, wenn das Rechnen über den Zehner angesagt ist, Aufgaben ohne Zehnerübergang zu präsentieren.
- Additions- und Subtraktionsaufgaben sollten in der Regel im Wechsel erfolgen, damit sich die Kinder die Logik der Operationen einprägen und kein Schema erlernen.
- Die folgenden Stufen sollen zeigen, wie in der Praxis diese Aufgaben immer weiter verkürzt werden, bis letztendlich das große Einspluseins/Einsminuseins auswendig gewusst wird.

### Die Verkürzungs-Aufgaben bei Plus:

1. Stufe:  $8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3 = 13$
2. Stufe:  $8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 13$
3. Stufe:  $8 + 5 = 13$

### Die Verkürzungs-Aufgaben bei Minus:

1. Stufe:  $13 - 5 = 13 - 3 - 2 = 10 - 3 = 8$
2. Stufe:  $13 - 5 = 13 - 3 - 2 = 8$
3. Stufe:  $13 - 5 = 8$

Auf der Grundlage der Automatisierung des großen Einspluseins und Einsminuseins ist es den Kindern möglich, den Rechenweg von Aufgaben wie  $48 + 25$  zu verkürzen.

So wird aus:

$$48 + 25 = 48 + 20 + 5 = 68 + 5 = 68 + 2 + 3 = 70 + 3 = 73$$

$$48 + 25 = 48 + 20 + 5 = 68 + 5 = 73$$

$$73 - 25 = 73 - 20 - 5 = 53 - 5 = 53 - 3 - 2 = 50 - 2 = 48$$

$$73 - 25 = 73 - 20 - 5 = 53 - 5 = 48$$

### Literatur

Von der Menge zum Operieren mit Zahlen im Zahlenraum bis 10 – Visueller Umbau [www.os-rechenschwaeche.de](http://www.os-rechenschwaeche.de) unter Downloads.

dingo100, herausgegeben vom Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen, Martina Humbach, zu beziehen unter [www.os-rechenschwaeche.de/shop](http://www.os-rechenschwaeche.de/shop)

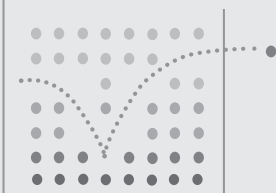
Downloads Arbeitskreis/ Speedy - die Idee dieses Arbeitsblattes geht auf Wolfgang Hoffmann, MLZ Dortmund, Mitglied im AK-Lernforschung, zurück.

Die Zahlensysteme, [www.rechenhilfsmittel.de/zahlen.htm](http://www.rechenhilfsmittel.de/zahlen.htm)

### dingo<sup>100</sup> Ein mathematisches Lernspiel für die Grundrechenarten im Zahlenraum bis 100

Wenn Kinder die Addition, Subtraktion bzw. die Multiplikation und Division bereits verstanden haben und diese Aufgaben weiter gefestigt werden sollen, dann ist Dingo das richtige Rechenspiel für die Schule oder für Übungszwecke zuhause.

Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.



Internet:  
[www.dyskalkulie.de](http://www.dyskalkulie.de)  
 E-Mail:  
[verein@dyskalkulie.de](mailto:verein@dyskalkulie.de)

### Impressum:

Herausgeber: Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie, München, Briener Straße 48

Redaktion: Alexander v. Schwerin (verantwortlich), Beate Lampke, München

Christian Bussebaum, Elke Focke, Düsseldorf;

Wolfgang Hoffmann, Dortmund; Katja Rochmann, Osnabrück

Layout und Satz: Schmidt Media Design, München

# **MLI** Mathematisch-Lerntherapeutisches Institut Institut zur Therapie der Rechenschwäche / Dyskalkulie

**Förderdiagnostik – Beratung – Lerntherapie – Lehrerfortbildung**

Kurfürstenstr. 8, 40211 Düsseldorf

**Telefonsprechstunde:**

Mo. – Fr. 11.00 – 13.00 Uhr

Tel.: 0211 – 1710667, Fax: 0211 – 1710668

E-Mail : [mli@rechenschwaechen.org](mailto:mli@rechenschwaechen.org), Internet: [www.rechenschwaechen.org](http://www.rechenschwaechen.org)



## **Online-Elternabend**

Das MLI lädt Sie zu einem kostenlosen Zoom-Meeting ein.

**Donnerstag, den 03.03.2022, von 19:30 Uhr bis ca. 21:15 Uhr**  
zum Thema

### **Rechenschwäche – Was kann ich tun? Was sollte ich lieber lassen?**

Dieses Treffen veranstalten wir virtuell über die Zoom-Plattform.

Eine Anmeldung ist nicht erforderlich.

So treten Sie dem Zoom-Meeting bei:

- Nur mit Ihrem Browser unter der Adresse:  
[zoom.us/j/94136933618](https://zoom.us/j/94136933618) und dem Kenncode/Passwort: 416346
- Alternative: Vorab den Zoom-Client (alias Zoom-App) installieren und sich darüber mit der Meeting-ID: 941 3693 3618 und obigem Kenncode/Passwort anmelden.
- Der Zoom-Client ist zu haben unter: [zoom.us/download](https://zoom.us/download).

## **Lehrerfortbildung Modul 1 online**

26.01.2022, 12–16 Uhr, Kosten 30 € je TL

**Rechenschwäche vermeiden, worauf muss ich im Unterricht achten**

**Unterrichtskonzeption Anfangsunterricht Zählen durch Rechnen ersetzen, den ZR 10 verstehen**

## **Lehrerfortbildungsmodul 2 online**

15.02.2022, 12–16 Uhr, Kosten 30 € je TL

**Rechenschwäche vermeiden Teil2:**

**Das Stellenwertsystem, Rechnen im ZR 100 Multiplikation/Division**

**Anmeldung jeweils unter [mli@rechenschwaechen.org](mailto:mli@rechenschwaechen.org),**

**Sie erhalten mit der Anmeldebestätigung ihre Zugangsdaten.**

## **Aktuelle Informationen zu ILSA**

Unsere Website wird bearbeitet, sie können aber weiterhin unter [www.ILSA-Lernentwicklung.de](http://www.ILSA-Lernentwicklung.de) auf der Startseite die Materialien inklusive Arbeitshefte 1 zum Zahlenraum 10, Arbeitsheft 2 zur Erarbeitung des SWS, Arbeitshefte 3 zum Rechnen im ZR 100 inklusive Zehnerüber/unterschreitungen sichten und bestellen und die zukünftigen ILSA Fortbildungstermine im Februar/März 2022 sichten.

Die **ILSA Screenings** wurden auch dem erweiterten Umfang der ILSA (bis zur Zehnerüber/unterschreitung im ZR 100) angepasst und sind in sich jeweils kürzer und damit in der Praxis noch handhabbarer geworden.

Sofern Interesse an den Veranstaltungen oder Materialien besteht, können Sie sich gerne unter [info@ilsa-lernentwicklung.de](mailto:info@ilsa-lernentwicklung.de) melden.

**Weitere Informationen auf Anfrage**